

251

EPITA

# Mathématiques

Contrôle (S1)

novembre 2017

Nom : MAUBANC

Prénom : Rémi

Entourer le nom de votre professeur de TD : Mme Boudin / Mme Daadaa / M. Ghanem / M. Goron / Mme Trémoulet

Classe : A2

NOTE :

# Contrôle 1

Durée : trois heures

Documents et calculatrices non autorisés

## Consignes :

- vous devez répondre directement sur les feuilles jointes.
- aucune autre feuille, que celles agrafées fournies pour répondre, ne sera corrigée.
- aucune réponse au crayon de papier ne sera corrigée.
- toute personne ne respectant pas ces consignes se verra attribuer la note 00/20.

## Exercice 1 (2 points)

Soient  $f$  et  $g$  les fonctions définies par 
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{\ln^{10}(\sin(x)) + 1} \\ g(x) = \sin(\arctan(\sqrt{x})) \end{cases}$$

Calculer  $f'(x)$  et  $g'(x)$  (sans se préoccuper du domaine de définition).

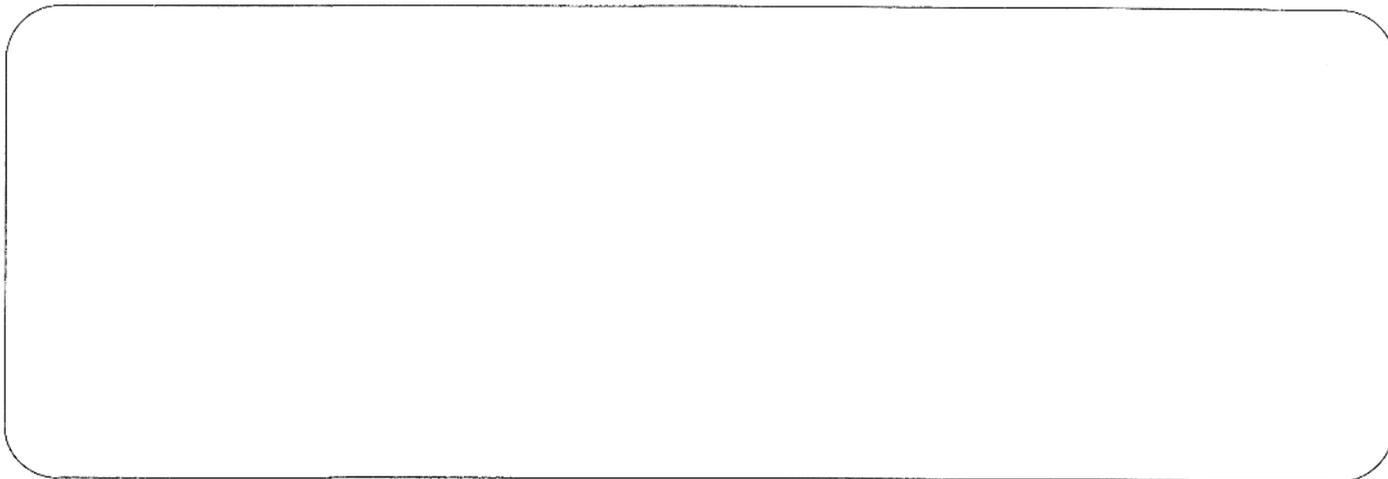
N.B. : n'essayez pas de simplifier les résultats.

## Exercice 2 (3 points)

Soit  $z = 1 + \sqrt{3} + i(1 - \sqrt{3})$ .

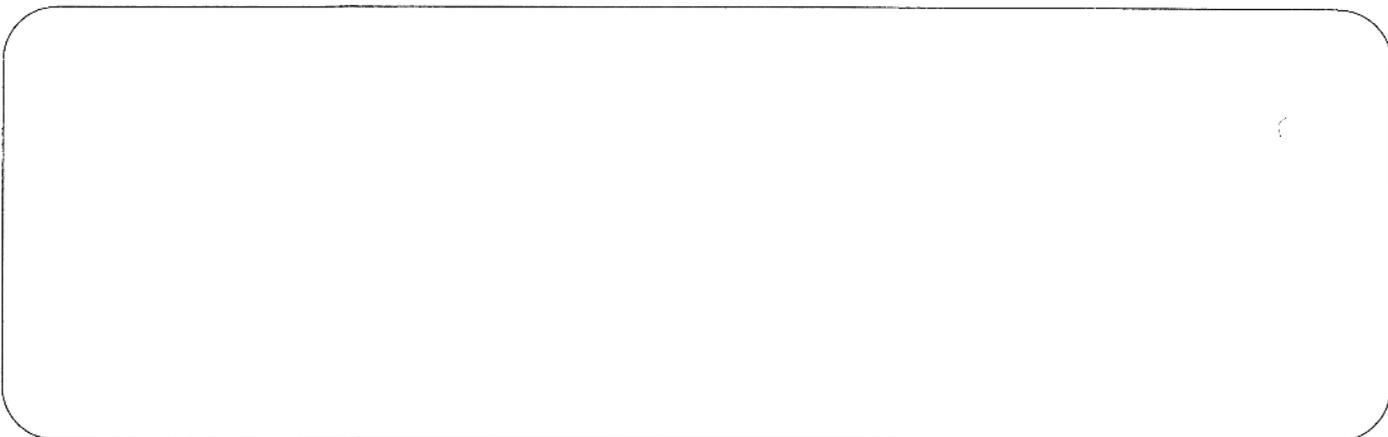
1. Déterminer  $z^2$  sous forme exponentielle.

2. En déduire le module et un argument de  $z$ .

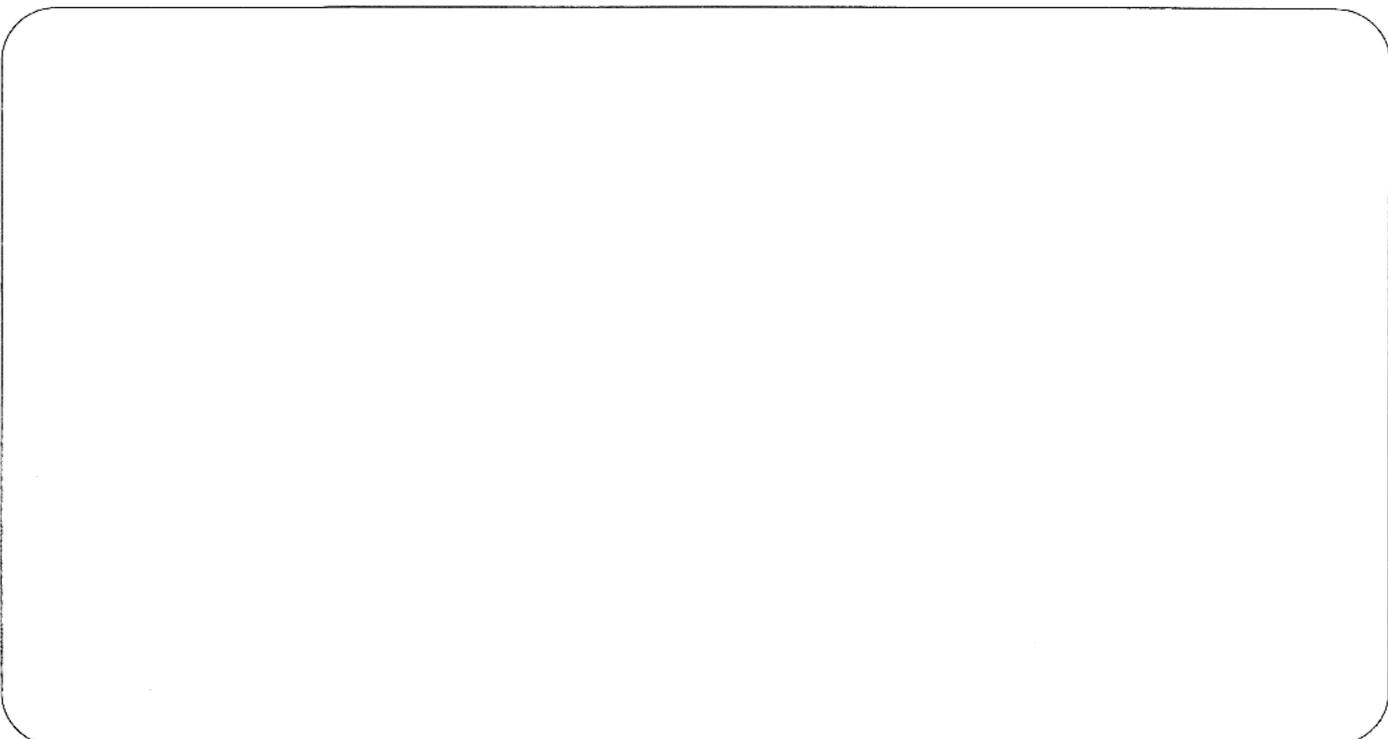


### Exercice 3 (6 points)

1. Déterminer, sans intégration par parties ni changement de variable,  $I = \int_0^1 \frac{\arctan(x)}{1+x^2} dx$ .



2. Via une intégration par parties, déterminer  $J = \int_1^e \frac{\ln(x)}{x^2} dx$ .



3. Via le changement de variable  $u = \ln(t)$ , déterminer  $K = \int_1^e \frac{dt}{t(1 + \ln^2(t))}$ .

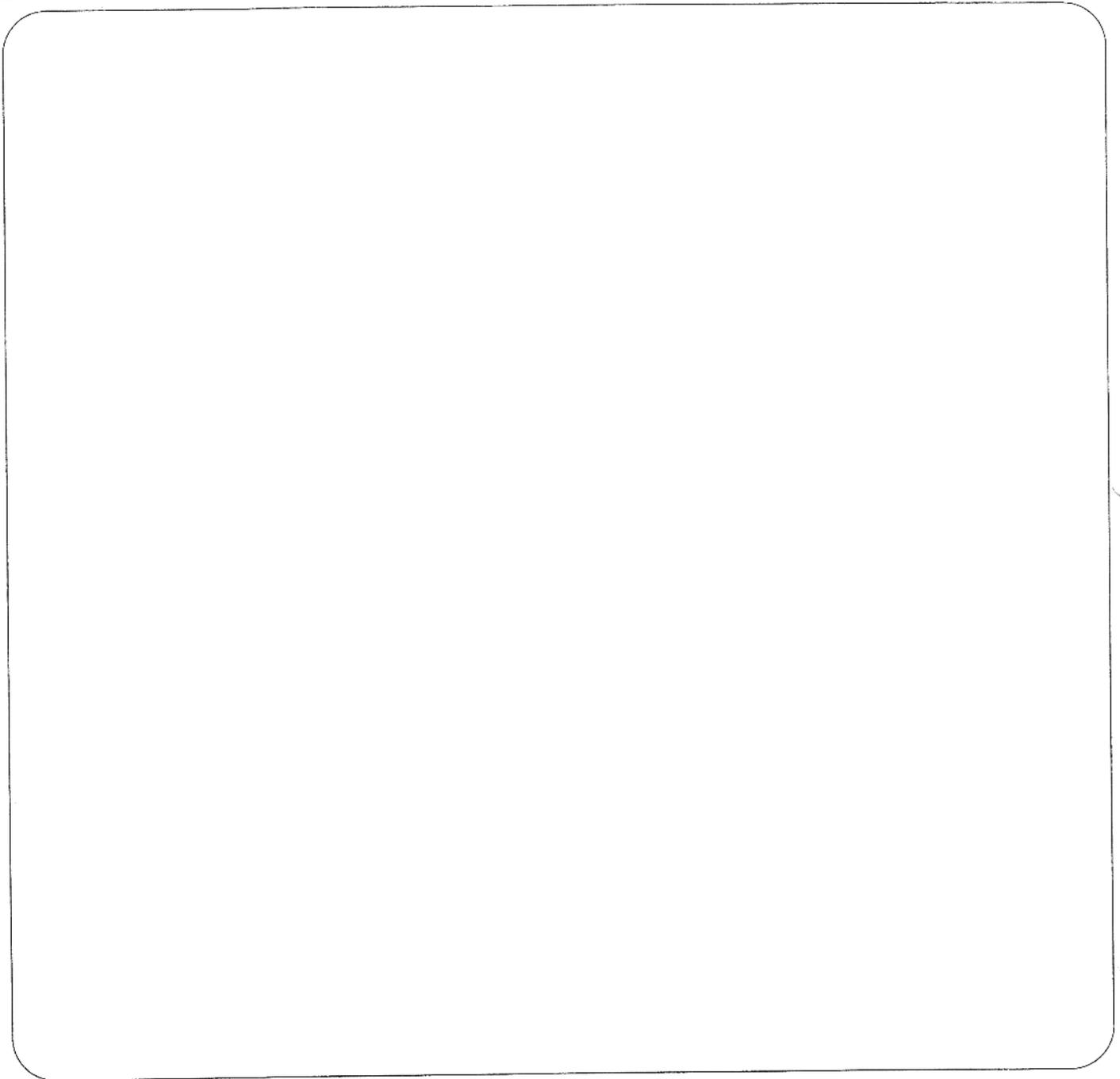
4. Via le changement de variable  $u = \sqrt{x}$ , déterminer  $L = \int_0^1 \frac{1-x}{1+\sqrt{x}} dx$ .

### Exercice 4 (4 points)

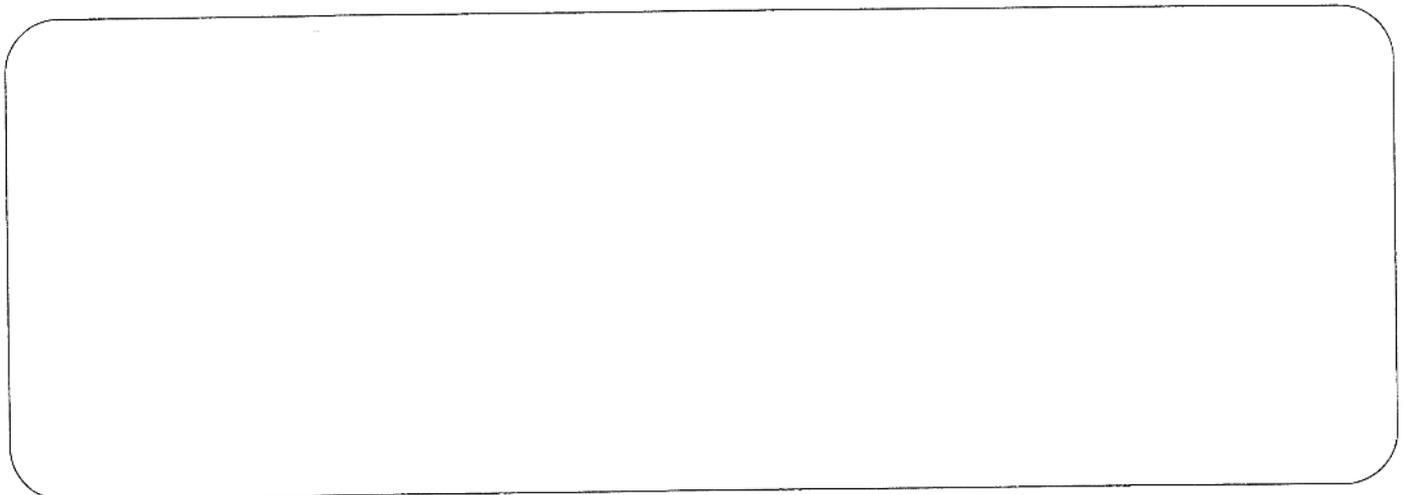
Soit l'équation (E) suivante :  $z^2 - (5 + 3i)z + 2 + 9i = 0$ .

1. Montrer que  $\Delta = 8 - 6i$ .

2. Déterminer une racine carrée de  $\Delta$ .

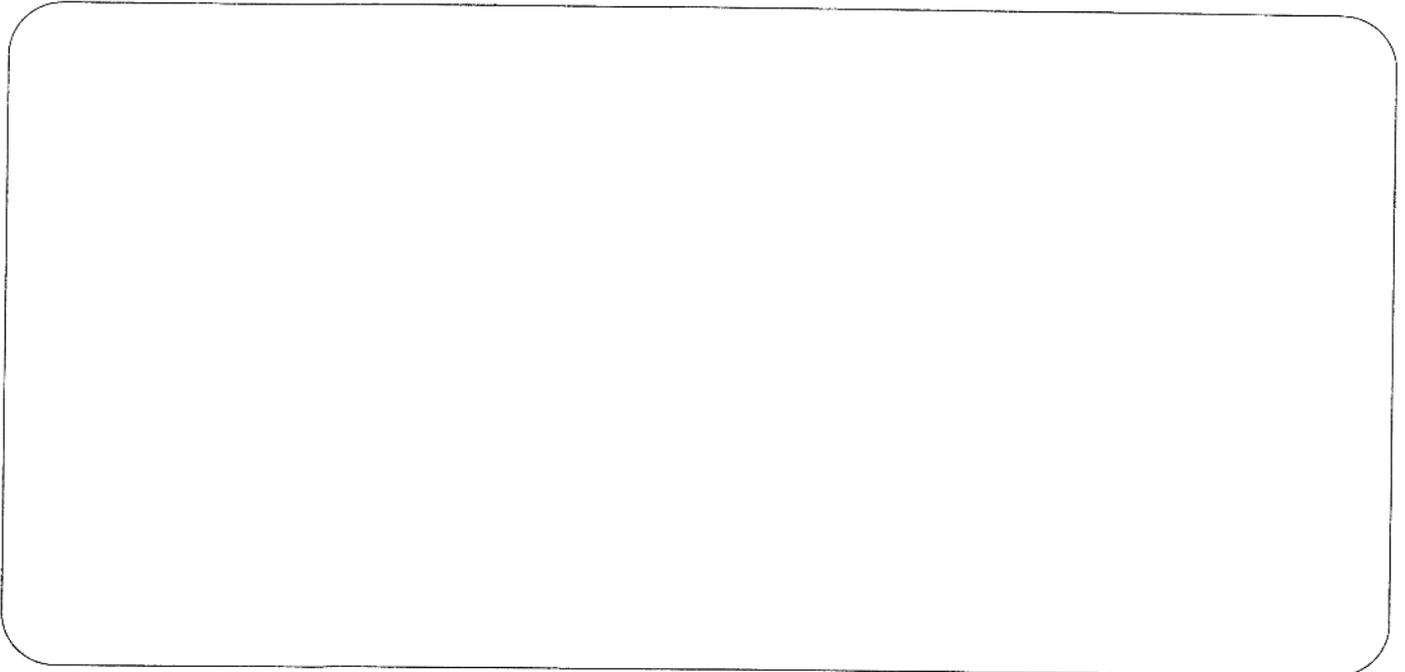


3. En déduire les solutions dans  $\mathbb{C}$  de l'équation  $(E)$ .

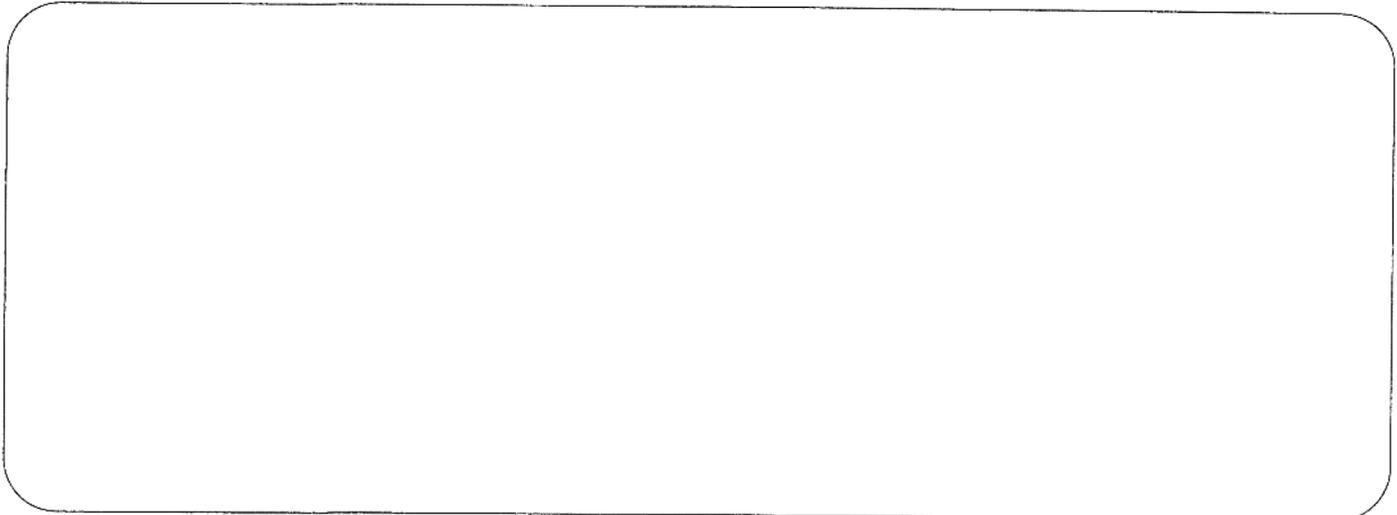


### Exercice 5 (4 points)

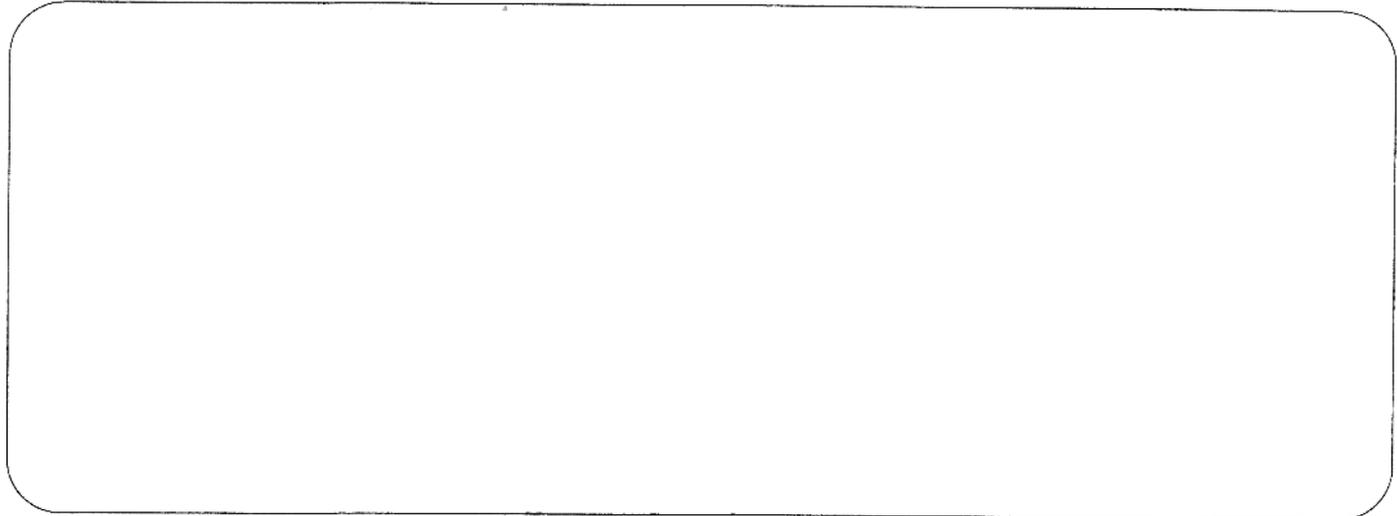
1. Déterminer le développement limité en 0 à l'ordre 2 de  $e^x \ln(e + ex)$ .



2. Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin(x))^{1/x}$ .



3. Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos(x) - \sin(x)}{x^2}$ .



### Exercice 6 (2 points)

Soit  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  continue telle que  $f(0) = f(1)$ . Montrer qu'il existe  $c \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$  tel que  $f(c) = f\left(c + \frac{1}{2}\right)$ .