EPITA / InfoS2 Mai 2018

NOM : .... Prénom : .... Groupe : ....

Partiel Electronique – CORRIGE

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés. Le barème est donné à titre indicatif.

Réponses exclusivement sur le sujet. Si vous manquez de place, vous pouvez utiliser le verso des pages.

Exercice 1. QCM (5 points – pas de point négatif)

Pour chacune des questions ci-dessous, entourez la ou les bonnes réponses.

On cherche à identifier un dipôle. Pour cela, on mesure le courant $i(t)$ qui le traverse et la tension $u(t)$ à ses bornes, et on obtient :

$$u(t) = 15\,sin(\omega t) \text{ et } i(t) = 7{,}5.10^{-3}\,cos(\omega t + \phi) \text{ avec } \omega = 2000\,rad.s^{-1}$$

1. Si $\phi = 0$, ce dipôle est :

   a. Une résistance $R = 2k\Omega$
   b. Une bobine d'inductance $L = 1\,H$
   c. Une résistance $R = 0{,}5\Omega$
   d. Un condensateur de capacité $C = 0{,}25\mu F$

2. Si $\phi = -\frac{\pi}{2}$, ce dipôle est :

   a. Une résistance $R = 2k\Omega$
   b. Une bobine d'inductance $L = 1\,H$
   c. Une résistance $R = 0{,}5\Omega$
   d. Un condensateur de capacité $C = 0{,}25\mu F$

3. Si $\phi = -\pi$, ce dipôle est :

   a. Une bobine d'inductance $L = 2\,H$
   b. Un condensateur de capacité $C = 0{,}25\mu F$
   c. Un condensateur de capacité $C = 2\mu F$
   d. Aucune de ces réponses

4. Quelle est l'unité du produit $LC\omega^2$?

   a. Des Farads
   b. Des Siemens
   c. Sans unité
   d. Des Ohms

La fonction de transfert normalisée d'un filtre du 2ème ordre est de la forme :

$$\underline{T} = A_0.\frac{\underline{Num}(\omega)}{1 + 2.j.\sigma.\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

5. Si $\underline{Num}(\omega) = 2.j.\sigma.\frac{\omega}{\omega_0}$, alors, il s'agit d'un filtre :

   a. Passe-haut   b. Passe-bas   c. Passe-bande   d. Coupe-bande

6. Si $\underline{Num}(\omega) = 1$, alors, il s'agit d'un filtre :

   a. Passe-haut   b. Passe-bas   c. Passe-bande   d. Coupe-bande

7. Si $\underline{Num}(\omega) = -\frac{\omega^2}{\omega_0^2}$, alors, il s'agit d'un filtre :

   a. Passe-haut   b. Passe-bas   c. Passe-bande   d. Coupe-bande

8. Pour un filtre passe-bas du deuxième ordre, A_0 est l'amplification en très basses fréquences.

   a. VRAI   b. FAUX

9. Pour un filtre passe-haut du deuxième ordre, A_0 est toujours l'amplification maximale.

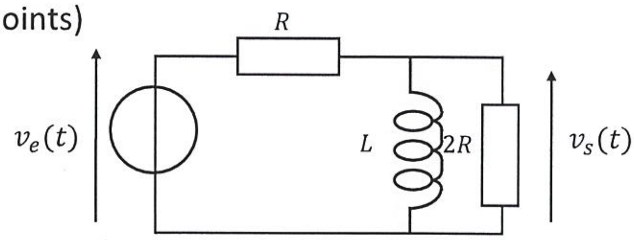
   a. VRAI   b. FAUX

10. Pour un filtre passe-bande du deuxième ordre, A_0 est l'amplification en très hautes fréquences.

   a. VRAI   b. FAUX

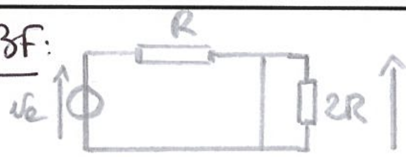
Exercice 2. Filtre du premier ordre (7,5 points)

Soit le circuit suivant :



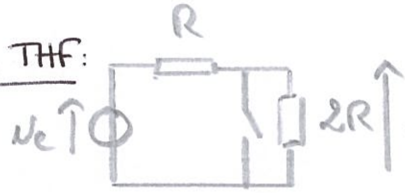
1. Etude Qualitative : Calculer les limite du gain quand $f \to 0$ et quand $f \to \infty$ et en déduire le type de filtre.

En TBF:



$v_s \to 0$
$A \to 0$
$G \to -\infty$

En THF:

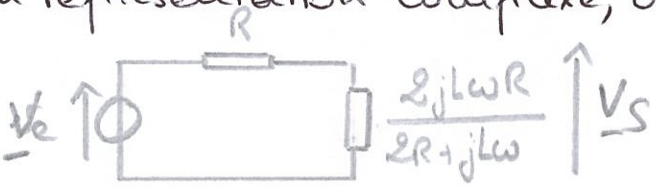


$v_s \to \frac{2}{3} v_e$
$A \to \frac{2}{3}$
$G \to 20 \log \frac{2}{3}$

$\Rightarrow$ Il s'agit d'un filtre passe-haut.

2. Déterminer sa fonction de transfert. En déduire le déphasage de la tension v_s par rapport à v_e.

En représentation complexe, on aura :



La formule du PDT donne :

$$\underline{V_s} = \frac{\frac{2jRL\omega}{2R+jL\omega}}{\frac{2jRL\omega}{2R+jL\omega} + R} \underline{V_e}$$

$$\Rightarrow \underline{T}(\omega) = \frac{2jRL\omega}{2R^2 + 3jRL\omega} = \frac{2jL\omega}{2R + 3jL\omega}$$

Comme $\underline{T}(\omega) = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$, le déphasage φ de v_s par rapport v_e est $\arg(\underline{T})$.

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} - \mathrm{Arctan}\left(\frac{3L\omega}{2R}\right)$$

3. Déterminez la pulsation de coupure.

La forme normalisée de la fonction de transfert des filtres passe-haut du 1er ordre est : $\underline{T}(\omega) = A_{max} \cdot \dfrac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}$

où ω_c = pulsation de coupure.

On a vu à la question précédente que :

$$\underline{T}(\omega) = \frac{2jL\omega}{2R+3jL\omega} = \frac{1}{2R} \cdot \frac{2jL\omega}{1+\frac{3}{2}j\frac{L}{R}\omega}$$

$$= \frac{2}{2R} \times \frac{2R}{3} \times \frac{\frac{3}{2}j\frac{L}{R}\omega}{1+j\frac{3}{2}\frac{L}{R}\omega}$$

Par identification on a : $\omega_C = \dfrac{2R}{3L}$

4. Diagramme de Bode. Tracer les courbes de gain et de phase. Vous préciserez les limites du gain et de la phase en très basses et très hautes fréquences, ainsi l'équation de l'asymptote oblique pour la courbe de gain.

<u>Courbe de gain</u> : $A(\omega) = \dfrac{2L\omega}{\sqrt{4R^2+(3L\omega)^2}}$

<u>TBF</u> : $G \longrightarrow -\infty \Rightarrow$ Asymptote oblique

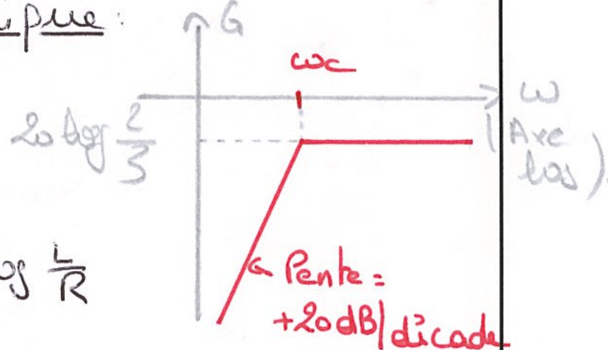
<u>THF</u> : $G \longrightarrow 20\log\frac{2}{3} \Rightarrow$ Asymptote horizontale

<u>Equation de l'asymptote oblique</u> :

$$4R^2+(3L\omega)^2 \underset{0}{\sim} 4R^2$$

$$\frac{2L\omega}{\sqrt{4R^2+(3L\omega)^2}} \underset{0}{\sim} \frac{L}{R}\omega$$

$$G(\omega) \underset{0}{\sim} 20\log\omega + 20\log\frac{L}{R}$$

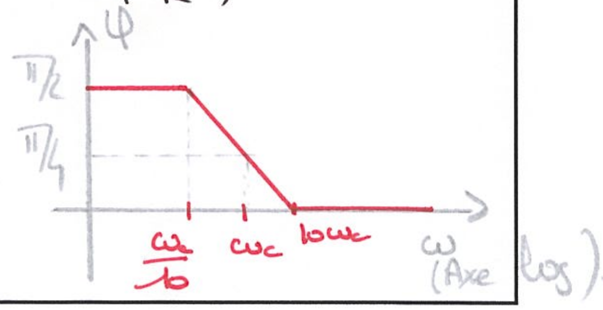


<u>Courbe de phase</u> : $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \mathrm{Arctan}\left(\frac{3L\omega}{R}\right)$

<u>TBF</u> : $\varphi \longrightarrow \pi/2$

<u>THF</u> : $\varphi \longrightarrow 0$

$(\varphi(\omega_c) = \pi/4)$



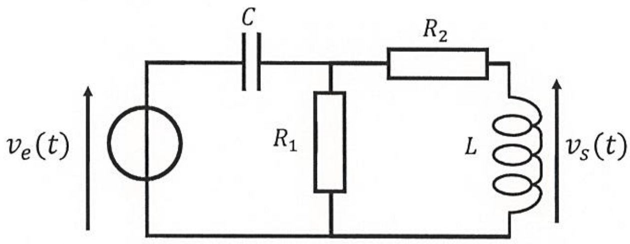
5. Quel type de filtre obtient-on si on remplace la bobine par un condensateur? Justifiez votre réponse. (On ne vous demande pas de refaire une étude complète).

Les comportement des bobines et condensateurs étant "inversés" en TBF et en THF, les résultats de l'étude qualitative le seront aussi.

⇒ Si on remplace la bobine par un condensateur, on obtiendra un filtre passe-bas.

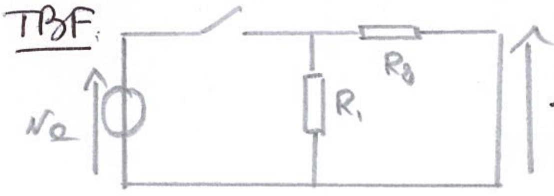
Exercice 3. Etude d'un filtre du 2ème ordre (7,5 points)

Soit le circuit suivant :



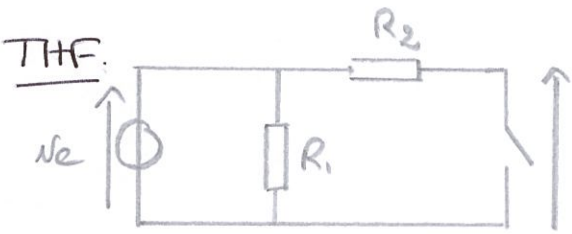
1. Etude Qualitative : Calculer les limite du gain quand $f \rightarrow 0$ et quand $f \rightarrow \infty$ et en déduire le type de filtre.

TBF :



$v_s \rightarrow 0$
$A \rightarrow 0$
$G \rightarrow -\infty$

THF :

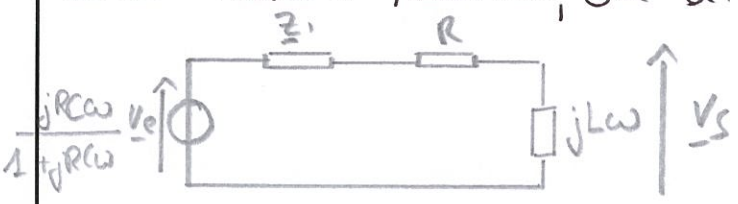


$v_s \rightarrow v_e$
$A \rightarrow 1$
$G \rightarrow 0$

⇒ Il s'agit d'un filtre passe-haut

2. Déterminer sa fonction de transfert et la mettre sous la forme normalisée. Vous prendrez $R_1 = R_2 = R$.

En représentation complexe, et en utilisant les équivalences Thévenin / Norton, on a :



$$\underline{Z}_1 = \frac{R}{1+jRC\omega}$$

La formule du PDT donne :

$$\underline{V}_s = \frac{jL\omega}{\frac{R}{1+jRC\omega} + R + jL\omega} \cdot \frac{jRC\omega}{1+jRC\omega} \cdot \underline{V}_e$$

$$\Rightarrow \underline{T}(\omega) = \frac{-RLC\omega^2}{R + R + jR^2C\omega + jL\omega - RLC\omega^2}$$

$$\boxed{\underline{T}(\omega) = \frac{-RLC\omega^2}{2R + j(R^2C+L)\omega - RLC\omega^2}}$$

On sait que la forme normalisée des fonctions de transfert des filtres passe-haut du 2nd ordre (dont $A \to 0$ en TBF) est : $\underline{T}(\omega) = A_0 \dfrac{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2j\sigma\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$

$$\Rightarrow \underline{T}(\omega) = \frac{-\frac{LC\omega^2}{2}}{1 + \frac{1}{2}j\left(RC + \frac{L}{R}\right)\omega - \frac{LC\omega^2}{2}}$$

Par identification, on aura : $A_0 = 1$

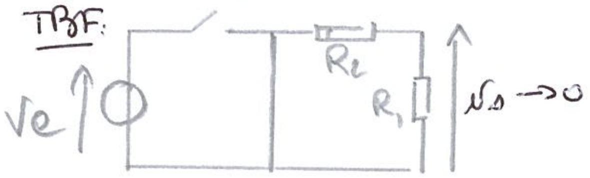
$$+\frac{LC\omega^2}{2} = \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC}}$$

$$2\sigma\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{2}\left(RC + \frac{L}{R}\right) \Rightarrow \sigma = \frac{\omega_0}{4}\left(RC + \frac{L}{R}\right)$$

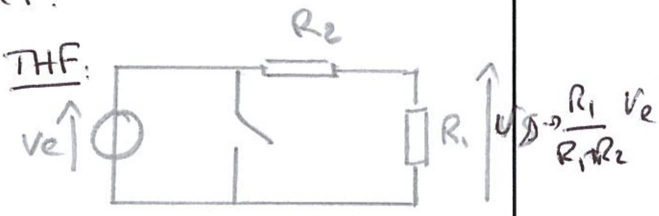
3. Quel type de filtre obtient-on si on échange les emplacements de L et de R_1 ? Justifiez votre réponse. (On ne vous demande pas de refaire une étude complète)

Si on échange L et R_1, on obtient :

TBF :



THF :



⇒ Il s'agit encore d'1 passe-haut

4. On considère le circuit initial. Si $v_e(t) = V_E.cos(\omega t)$, déterminer l'expression de $v_s(t)$. Vous prendrez, comme pour la question 2, $R_1 = R_2 = R$.

On a trouvé à la question 2 que :

$$\underline{V_s} = \frac{-RLC\omega^2}{2R + j(R^2C + L)\omega - RLC\omega^2}\,\underline{V_e}$$

⇒ On aura alors $v_s(t) = V_s.\cos(\omega t + \varphi)$ avec

- $V_s = |\underline{V_s}|.\sqrt{2} = \dfrac{RLC\omega^2}{\sqrt{(2R - RLC\omega^2)^2 + (R^2C+L)^2\omega^2}}\,V_E$

- $\varphi = \arg(\underline{V_s}) = \pi - \text{Arctan}\left(\dfrac{(R^2C+L)\omega}{2R - RLC\omega^2}\right)$