

Série 11: Thermodynamique (MiMos 22 et 23)

Gas parfaits - Premier Principe

Exercice n°1 1) I^{er} principe de la thermodynamique.

$$dU = \delta W + \delta Q$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = W_{1 \rightarrow 2} + Q_{1 \rightarrow 2}$$

U = énergie interne : fct d'état ($\Delta U_{1 \rightarrow 2} = U_2 - U_1$)

W = travail des forces de pression

$$\delta W = -PdV \Rightarrow W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \delta W = - \int_{V_1}^{V_2} PdV$$

W n'est pas une fonction d'état (W dépend du chemin suivi)

Q = Quantité de chaleur échangée avec le milieu extérieur.

Q n'est pas une fct^o d'état car elle dépend du chemin suivi.

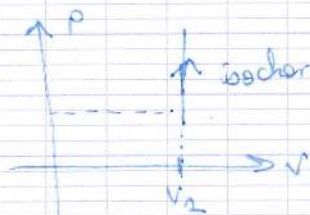
Remarque:

$$\delta W = -PdV$$

• Si compression $V \searrow \Rightarrow dV < 0$

$\rightarrow \delta W > 0$ (travail reçu par le syst.).

- Si dilatation $V \uparrow \Rightarrow dV > 0$
- $\Rightarrow \int W < 0$ (travail cédé par le système)
- Si volume constant $\Rightarrow dV = 0 \Rightarrow \delta W = 0$



W représente l'aire sous la courbe
 $P = f(V)$

$$W = - \int_{(1)}^{(2)} P dV$$

(diagramme de Clapeyron)

$$2) \Delta U_{1 \rightarrow 2} = W_{1 \rightarrow 2} + Q_{1 \rightarrow 2}$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = - \int_{(1)}^{(2)} P dV + Q_{1 \rightarrow 2}$$

transf. isobare \Rightarrow Premier état

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = -P \int_{V_1}^{V_2} dV + Q_p$$

$$U_2 - U_1 = -P(V_2 - V_1) + Q_p$$

$$b) Q_p = U_2 - U_1 + PV_2 - P_1 V_1$$

$$= \underbrace{(U_2 + PV_2)}_{\text{Propre à l'état (2)}} - \underbrace{(U_1 + P_1 V_1)}_{\text{Propre à l'état (1)}}$$

$$Q_p = H_2 - H_1 = \Delta H_{1 \rightarrow 2} \quad \text{avec } H = U + PV = \text{enthalpie} = f^\circ \text{ d'état}$$

= chaleur échangée à pression const.

$dH(T, P)$?

Paramètres de l: $f(x, y, z)$

la différentielle de $f = df$

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

$$dH(T, P) = \left. \frac{\partial H}{\partial T} \right|_P dT + \frac{\partial H}{\partial P} dP$$

à Pression $dP=0 \Rightarrow dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right) dT$ avec $\left[\frac{\partial H}{\partial T}\right] = \text{J.k}^{-1}$
 = Capacité

$dH = C_p dT$ valable pour un G.P.

Concl à Pression cste forme $dH = C_p dT$
 (ou $dH = \int C_p$)

thermique à pression constante

$= C_p$

$\Rightarrow \int = C_p dT$

2d) Gaz parfait: $\begin{cases} PV = nRT \\ dH = C_p dT \\ dU = C_v dT \end{cases}$ $H = U + PV$ (Par def de la 1^{re} enthalpie)
 $dH = dU + d(PV)$
 $C_p dT = C_v dT + d(nRT)$
 $C_p dT = C_v dT + nR dT$
 $(C_p - C_v) dT = nR dT$

on identifie $\underline{C_p - C_v = nR}$ $n = \text{nombre de moles}$
 Loi de Meyer.

$\frac{C_p}{n} - \frac{C_v}{n} = R$ $C_p - C_v = R$ avec $c_p = \frac{C_p}{n}$ et $c_v = \frac{C_v}{n}$

$C_p =$ capacité thermique à pression constante en J.k^{-1}

$C_p = \frac{C_p}{m} =$ capacité thermique molaire à pression constante $\text{J.k}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

e) $C_p = f(R, \gamma)$

$C_v = f(R, \gamma)$

$\gamma = \text{coef de Laplace} = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\gamma C_p}{\gamma C_v}$

$\begin{cases} C_p - C_v = R \\ \frac{C_p}{C_v} = \gamma \end{cases}$ (capacité molaire)

① $\Rightarrow \underline{C_p = \gamma C_v}$
 $\gamma C_v - C_v = R \Leftrightarrow \underline{C_v = \frac{R}{\gamma - 1}}$

$dH = C_p dT = dU + d(PV)$
 $= \delta Q + \underbrace{\delta W}_{-PdV} + dPV + PdV$

$dH = C_p dT = VdP$ ①

$dU = \delta Q - PdV \Rightarrow \underline{dU = -PdV = C_v dT}$ ②

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &\Rightarrow \frac{C_p dT}{C_v dT} = \frac{V dP}{P dV} \\ \gamma &= \end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{V dP}{P dV} \Leftrightarrow \gamma \cdot \frac{dV}{V} = - \frac{dP}{P}$$

$$\gamma \cdot \int \frac{dV}{V} = - \int \frac{dP}{P} \Leftrightarrow \gamma \ln(V) + C = - \ln(P) + C'$$

$$\Rightarrow P_n(V^\gamma) = - P_n(P) + C''$$

$$P_n(V^\gamma) + P_n(P) = C \Leftrightarrow C = P_n(V^\gamma \cdot P)$$

$P \cdot V^\gamma = \text{Cste}$ (loi de Laplace)

Adiabatique (1) \rightarrow (2)

$$(P_1, V_1, T_1) \rightarrow (P_2, V_2, T_2)$$

$$\Rightarrow P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

Pression et température

Gay et Lussac:

$$\begin{aligned} G.L.: P \cdot V &= nRT \\ V &= \frac{nRT}{P} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_1 \times \left(\frac{nRT_1}{P_1} \right)^\gamma &= P_2 \left(\frac{nRT_2}{P_2} \right)^\gamma \\ P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma &= P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma \end{aligned}$$

Exercice n°2 - 1) loi de Laplace:

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

$$V_2 = \sqrt[\gamma]{\frac{P_1 V_1^\gamma}{P_2}} \Leftrightarrow V_2 = \frac{1 \times 10^3 \times 8}{3^{\frac{1}{3}}}$$

$$\boxed{V_2 = 5L}$$

$$A.N \quad V_2 = \frac{10}{3^{\frac{1}{3}}}$$

$$z) \quad W = ? \quad (W = - \int_{(1)}^{(2)} P dV)$$

adiabatique on utilise:

$$\Delta U = W + Q = 0$$

or

$$\Delta U = n c_v \Delta T = W$$

$$W = n \frac{R}{\gamma - 1} \left(\frac{P_2 V_2}{nR} - \frac{P_1 V_1}{nR} \right)$$

$$W = \frac{1}{\gamma - 1} (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

$$A.W \quad W_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{\frac{2}{3}} (3 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} - 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3})$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = \frac{3}{2} (15 - 10) \cdot 10^2 = 7,5 \times 10^2 \text{ J}$$

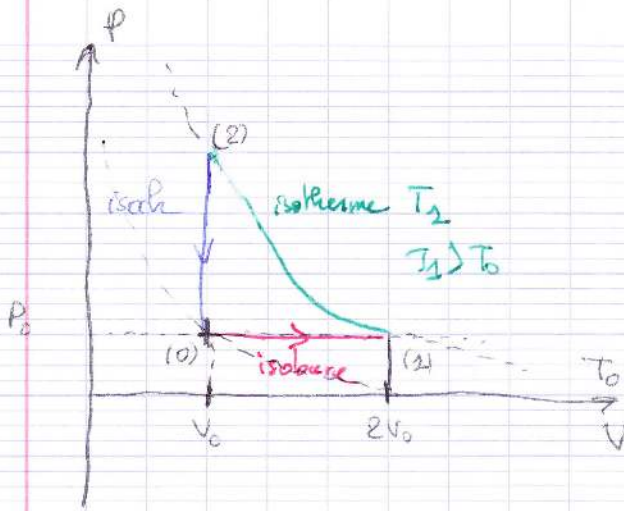
4) 1^{ere} methode: $\Delta U = n c_v \Delta T$ (G.P.)

$$\Delta T = \frac{\Delta U}{n c_v} \quad n = \frac{m}{M}$$

$$T_2 - T_1 = \frac{\Delta U}{\frac{m}{M} \times \frac{R}{\gamma - 1}} \quad c_v = \frac{R}{\gamma - 1}$$

$$2^e \text{ methode: } T_2 - T_1 = \frac{P_2 V_2}{nR} - \frac{P_1 V_1}{nR}$$

Exercice n°3



état 0: \$(P_0, V_0, T_0)\$ $PV = nRT$

<p>3°) Transf 0 → 1 isobare</p>	$W = - \int_0^1 P dV$ $W_{0 \rightarrow 1} = - P_0 \int_{V_0}^{2V_0} dV$ $= - P_0 (2V_0 - V_0) = - P_0 V_0$	$Q = \Delta U - W$ <p>(1^{er} principe)</p> $Q_{0 \rightarrow 1} = \Delta U_{0 \rightarrow 1} - W_{0 \rightarrow 1}$ $= \frac{5}{2} P_0 V_0 - (- P_0 V_0)$ $= \frac{7}{2} P_0 V_0$	$\Delta U = 1 \times \frac{5}{2} R (T_2 - T_0)$ $\Delta U_{0 \rightarrow 1} = \frac{5}{2} P_0 V_0$ $= \frac{5}{2} P_0 V_0$
<p>1 → 2 isotherm.</p>	$W_{1 \rightarrow 2} = - \int_{2V_0}^{V_0} P dV = - \int_{2V_0}^{V_0} \frac{P_0 V_0}{V} dV$ $= - P_0 V_0 \ln \left(\frac{V_0}{2V_0} \right)$ $= P_0 V_0 \ln(2) = 2 P_0 V_0 \ln(2)$	$Q = \Delta U - W$ $Q = 0 - W$ $= - 2 P_0 V_0 \ln(2)$	$\Delta U = 0 \text{ car } \Delta T = 0$
<p>2 → 0 isochore</p>	$W_{2 \rightarrow 0} = 0$	$Q = \Delta U = - \frac{5}{2} P_0 V_0$ <p>$Q < 0$ (cedi par le gaz)</p>	$\Delta U_{2 \rightarrow 0} = \frac{5}{2} R (T_0 - T_2)$ $\Delta U = - \frac{5}{2} P_0 V_0$

b) Bilan du cycle:

on a $\Delta U_{\text{cycle}} = \Delta U_{0 \rightarrow 1} + \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 0}$

$$= \frac{5}{2} P_0 V_0 + 0 - \frac{5}{2} P_0 V_0$$

$$\Delta U_{\text{cycle}} = 0$$