Elements de longueur, de surface, de volume infinitésimaux.

Cartésiens : $\vec{dP} = (dx, dy, dz)$

Cylindriques : $\vec{dP} = (dr, r d\theta, dz)$

$dS = (r dr d\theta, dr dz, r d\theta dz)$

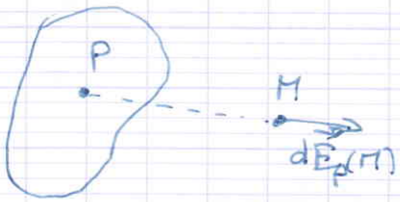
Sphériques : $\vec{dP} = (dr, r d\theta, r \sin(\theta) d\varphi)$

Distributions continues :

$\lambda (C.m^{-1})$

$\sigma (C.m^{-2})$

$\rho (C.m^{-3})$



$$dE_P(M) = \begin{cases} k \dfrac{\lambda dP}{PM^2} . \vec{u_P} = k \dfrac{\lambda dP}{PM^3} \vec{PM} \\ k \dfrac{\sigma dS}{PM^3} \vec{PM} \\ k \dfrac{\rho dV}{PM^3} \vec{PM} \end{cases}$$

$$\vec{E}_{tot} = \iiint_{P \in Vol_{tot}} \vec{dE_P}$$

Partie rédaction : Invariances : (cylindre infini)

- Symétrie :

Si la distance de la charge est à symetrie sphérique,

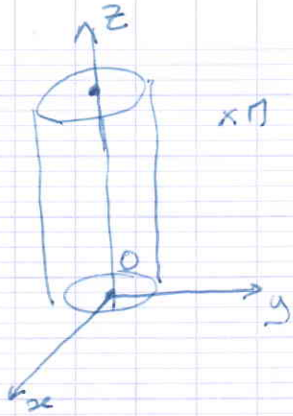
$\vec{E}(M) = E(r) \vec{u_r}$

Invariance pour toutes rotations d'angles θ et d'axe Oz

- Indice pour toute translation colinéaire à u_z.

$$\Rightarrow \vec{E}(M) \begin{cases} E_r(r) \\ E_\theta(r) \\ E_z(r) \end{cases}$$

Scanné par Hyperion - annales.hyperion.tf



M fixé

→ le plan contenant M et (Oz) :
$(O, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$

⇒ E appartient à ce plan, $E_\theta = 0$

→ plan de symetrie : le plan // à (xOy) et contient M. Autre définition, le plan de vecteur normal $\vec{u}_z$ et contenant M

⇒ $E_z = 0$

Conclusion : (cylindre infini) $\vec{E}(M) = E(r)\vec{u}_r$

• $\vec{E}(M) = \iiint d\vec{E}_p$ (Pourquoi effacer ce tableau alors que l'autre est plus ancien ?)

Théorème de Gauss :

• $\phi_{(S_g)}(\vec{E}) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

→ définir la surface de Gauss (S_g) (fermée)

→ $\phi_{(S_g)}(\vec{E}) = \oint_{(S_g)} \vec{E} \cdot \vec{dS}$

$\vec{dS} = dS\,\vec{n}$ ← vecteur unitaire normal

$\vec{E}(r) = E(r)\vec{u}_r$

• $\iint_{(S_g)} \vec{E} \cdot \vec{dS} = \iint_{\text{surface ①}} \vec{E} \cdot \vec{dS} + \iint_{\text{surface ②}} \vec{E} \cdot \vec{dS} = \iint_{\text{surface ②}} E(r) \cdot dS = E(r) \iint dS$

E(r) ne dépend pas de r.

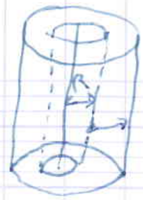
Eg de la sphère

$\vec{E}(M) = E(r)\vec{u}_r$

$\phi(\vec{E}) = \oiint_{S(O,r)} \vec{E} \cdot \vec{dS} = E(r) \underbrace{\oiint dS}_{S(O,r)} $

$4\pi r^2$

Scanné par Hyperion - annales.hyperion.tf



- $Q_{int} \iiint_{P \in volume} \rho(P) dV$

$= \int_0^L dz \int_0^{2\pi} R d\theta \sigma = L \cdot 2\pi R \sigma$

$\phi_{(S_g)}(\vec{E}) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ ⚠ Unités → $E \sim k \frac{Q}{r^2}$

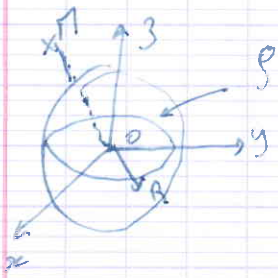
Le choix de la longueur L ne doit pas apparaître à la fin !

Potentiel : $V(r)$

$\vec{E} = -\vec{grad}\, V$ Intégration ≠ Dérivation

$E(r) = -\frac{dV}{dr}$

$J(r) = \int \frac{dr}{r} = \frac{-1}{r^2}$



$\rho(r \leq R) = \rho_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right)$; $\rho(r > R) = 0$

// Symétrie sphérique ⇒ $\vec{E}(M) = E(r) \vec{u}_r$

- Pour $M(r > R)$, on considère la surface de Gauss définie avec et la sphère