2ht

NOM : Pitauy PRENOM : Eliaz GROUPE : C2

Partiel S3 de Physique

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.
Réponses exclusivement sur le sujet

14,5 + 2 bonus
16,5
Excellent

On rappelle que, sauf si mentionné explicitement dans le sujet, la notation $E_A(M)$ correspond à la **norme** du champ $\overrightarrow{E_A}(M)$. Par contre, les angles utilisés sont des angles **orientés**.

On utilisera par la suite la constante $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$.

QCM ***(4 points-pas de points négatifs)*** ***Entourer la bonne réponse.***

4

1- Le champ électrique, créé par une charge ponctuelle q placée au point O, en un point M s'écrit comme :

a) $\vec{E}(M) = k\frac{q}{OM^3}\overrightarrow{OM}$ b) $\vec{E}(M) = k\frac{q}{OM^2}\overrightarrow{OM}$ c) $\vec{E}(M) = k\frac{q}{OM}\overrightarrow{OM}$

2- Une charge q est placée dans un champ électrique $\vec{E}$. La force $\vec{F}$ qui agit sur q est donnée par :

a) $\vec{F} = -q.\vec{E}$ b) $\vec{F} = |q|.\vec{E}$ c) $\vec{F} = q.\vec{E}$

3- Le champ électrique créé par une charge positive placée en O est :

a) Convergent b) Défini en O c) Divergent

4- Quelle propriété vérifie le champ électrostatique $\vec{E}$ associé au potentiel V ?

a) $\vec{E} = \overrightarrow{grad}(V)$ b) $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V)$ c) $V = \overrightarrow{grad}(\vec{E})$

5- L'aire d'une sphère de rayon R est :

a) $4\pi R^3$ b) $\frac{4}{3}\pi R^2$ c) $4\pi R^2$

6- Soit un volume $\mathcal{V}$ contenant une charge Q_{int} et délimité par une surface $\mathcal{S}$. Le théorème de Gauss s'écrit pour le champ $\vec{E}$ créé par cette géométrie :

a) $\oiint_S \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$ b) $\oiint_S \vec{E}.\overrightarrow{dS} = Q_{int}$ c) $\oiint_S E\, dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$

7- On regarde le cas limite d'un cylindre infini d'axe (Oz) et de rayon R, chargé uniformément en surface. Que peut-on dire pour tout $M(r < R)$ à l'intérieur du cylindre ?

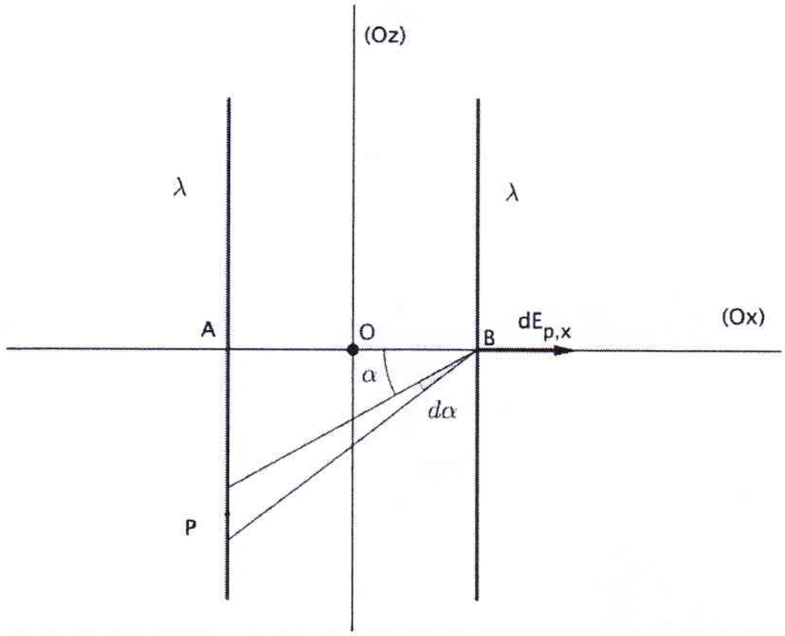
a) $\vec{E}(M) = \vec{0}$ b) $E(M) = E_0 \ln\left(\frac{r}{R}\right)$ c) $E(M) = E_0 R^2/r^2$

8- Si en un point M la distribution de charge présente un plan de symétrie $\mathcal{P}$, alors :

a) $\vec{E}(M) \perp \mathcal{P}$ b) $\vec{E}(M) \in \mathcal{P}$ c) $\vec{E}(M) \notin \mathcal{P}$ mais $\vec{E}(M) \parallel \mathcal{P}$

Exercice 1 *(4 points)*

1,5



Deux fils de longueur finie $2l$ et chargés avec une distribution linéique λ sont séparés d'une distance l, comme représenté ci-dessus. On supposera que l'axe (Oz) est un axe de symétrie de la distribution.

1- a) Exprimer le champ électrique total $\vec{E}(B)$ créé en B par le fil passant par le point A. On rappelle que la composante selon $\overrightarrow{u_x}$ du champ élémentaire créé par un élément de longueur centré en P et vu sous un angle α peut s'écrire : $dE_{p,x}(B) = \frac{k\lambda}{l} \cos\alpha \, d\alpha$. En déduire sa norme.

Il y a un axe de symétrie (AB) donc $\overrightarrow{E(B)} = E_x(B)\,\vec{u_x}$

$\overrightarrow{dE_p} = \overrightarrow{dE_{p,x}} + \overrightarrow{dE_{p,z}} = \frac{k\lambda}{l}\left(\cos(\alpha)\,d\alpha\,\vec{u_x} + \sin(\alpha)\,d\alpha\,\vec{u_z}\right)$

$\iff \vec{E}(B) = \int \overrightarrow{dE_p} = \frac{k\lambda}{l}\int_{\cancel{-\frac{\pi}{2}}}^{\cancel{\frac{\pi}{2}}} \cos(\alpha)+\sin(\alpha)\,d\alpha\ \vec{u_x} = \frac{2k\lambda}{l}\,\vec{u_x}$

???

On en déduit $E(B) = \frac{2k\lambda}{l}$

b) En justifiant votre réponse, donner l'expression correspondant au champ électrique créé en A par le fil passant par B.

le système étant symétrique par rapport à l'axe (Oz), on déduit que la norme du champ $\overrightarrow{E(A)}$ est identique à celle de $\overrightarrow{E(B)}$. En revanche, le champ créé par le fil passant par B est divergent donc $\overrightarrow{E(A)} = -\overrightarrow{E(B)}$

1

2- a) On assimile le fil passant par A à une charge ponctuelle Q_A placée en A. Après avoir donné l'expression de cette charge Q_A en fonction de l et λ, donner son énergie potentielle électrostatique $\mathcal{E}_A$.

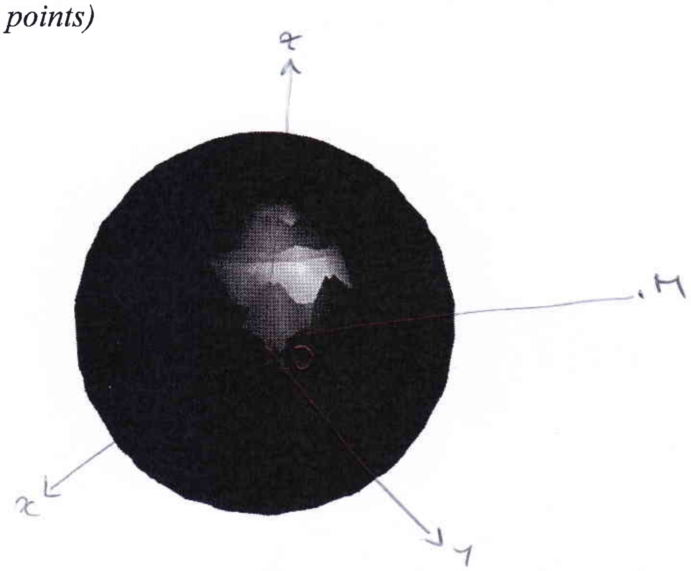
$Q_A = 2\lambda . l$ $\quad \mathcal{E}_A = -\cancel{Q_A}\int \vec{E_A} \, d\vec{l} = -\int E . dl = -2k\lambda \int \frac{dl}{l} = -2k\lambda \ln(l)$

0,5

b) En déduire l'énergie potentielle électrostatique totale des deux fils.

Exercice 2 *(6 points)*

5,5



On considère une distribution volumique de charges ρ positive et uniforme, répartie dans une boule de centre O et de rayon R, notée $\mathcal{B}(O, R)$.

1- Etudier les invariances et les symétries de la ditribution de charges. En déduire la forme du champ électrique $\vec{E}(M)$ en un point M quelconque.

vrai pour ρ ?

Plan de symétrie (MOz) car ρ uniforme

Plan de symétrie (MOx) $\left\{\begin{array}{l}\vec{E}(M) \in (MOz) \\ \vec{E}(M) \in (MOx)\end{array}\right. \Rightarrow \vec{E(M)} = E(M)\,\vec{u_r}$

$\wedge$ $\dot{m}$ $\cap$ $\in$?

Invariance par rotation d'angle θ et φ $\Rightarrow E(M) = E(r)$ 1

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E(r) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2- En utilisant le théorème de Gauss, exprimer le champ électrique $\vec{E}(M)$ pour M à l'intérieur et à l'extérieur de la boule.

Surface de Gauss : Sphère de centre O de rayon r passant par M
E(M) radial

Si $r < R$ $\quad \phi = \oiint E \cdot dS = E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{4}{3\varepsilon_0}\pi r^3 \rho$ 2

$\Leftrightarrow E(r) = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$

Si $r > R$ $\quad \phi = \oiint E \cdot dS = E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{4}{3\varepsilon_0}\pi R^3 \rho$

$\Leftrightarrow E(r) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$

Comme $\overrightarrow{E(M)}$ est radial, on a au final :

- $\vec{E}(r<R) = \dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0}\vec{u_r}$

- $\vec{E}(r>R) = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\vec{u_r}$

1

3- En déduire le potentiel électrostatique $V(M)$ en tout point M. Tracer la courbe représentative de cette fonction.

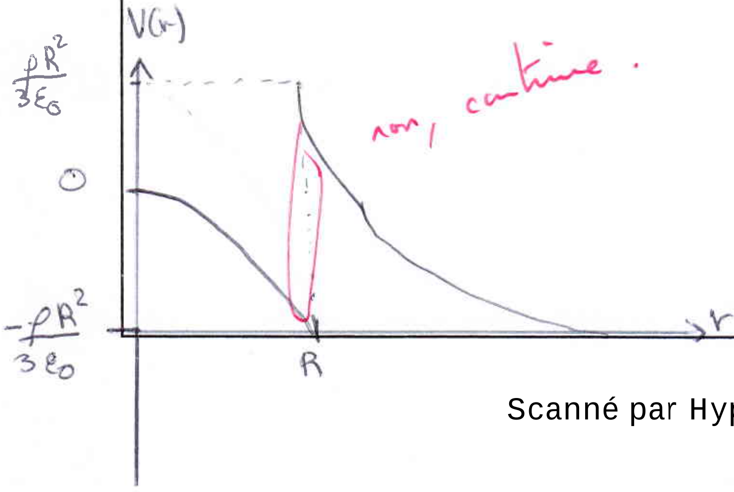
$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}(V)}$ $\Leftrightarrow$ $E(r)\vec{u_r} = -\dfrac{\partial V}{\partial r}\vec{u_r}$. $\Leftrightarrow$ $V(r) = -\int E(r)\,dr$.

Si $r<R$ $V(r) = -\dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\int r = -\dfrac{\rho r^2}{3\varepsilon_0}$.

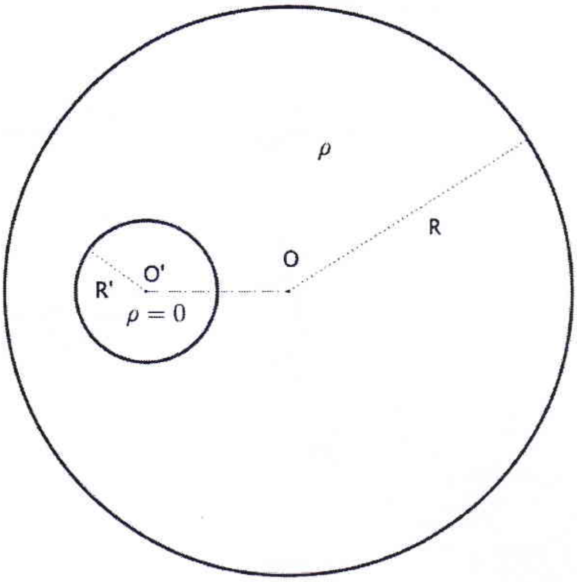
Si $r>R$ $V(r) = -\dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\int \dfrac{1}{r^2}$

$V(r) = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}$.

1,5



4- On regarde maintenant la distribution de charge suivante :



Par souci de clarté, la boule étudiée précédemment est représentée selon une coupe transversale, ce qui permet de visualiser la présence d'une déplétion de charges (localement la densité est nulle). Celle-ci est située dans une boule de rayon R' et de centre O' : $\mathcal{B}(O', R')$, avec O' dans la boule $\mathcal{B}(O, R)$ et $R' < R$ (voir ci-dessus).

a) En utilisant la question 2, en déduire l'expression du champ électrique $\vec{E}'(M)$ généré uniquement par la boule $\mathcal{B}(O', R')$ chargée uniformément avec une densité $-\rho$, en tout point $M(r')$ pour $r' < R'$ et $r' > R'$. Ici $r' = O'M$.

En remplaçant simplement ρ par $-\rho$, R par R' et r par r', on trouve : si $r' < R'$

$$\overrightarrow{E'(M)} = \frac{-\rho r'}{3\varepsilon_0 O'M}\overrightarrow{O'M}$$

si $r' > R'$

$$\overrightarrow{E'(M)} = \frac{-\rho R'^3}{3\varepsilon_0 r'^2 O'M}\overrightarrow{O'M}$$

OK

b) En déduire le champ total $\vec{E}_{tot}(M)$ créé en tout point M par la distribution totale de charge représentée ci-dessus. Vous exprimerez le résultat en fonction de ρ et du vecteur $\overrightarrow{OO'}$.

$$\vec{E}_{tot}(M) = \iiint_{\substack{P\in B \\ P\in B'}} d\vec{E}_P(M) = \iiint_{P\in B} d\vec{E}_P(M) + \iiint_{P\in B'} d\vec{E}_P(M)$$

$$= \vec{E}(M) + \vec{E'}(M) = \frac{E(M)\,\overrightarrow{OM}}{OM} + \frac{E'(M)\,\overrightarrow{O'M}}{O'M}$$

$$= \rho\left(\frac{E(M)\,\overrightarrow{OM}}{\rho OM} - \frac{E'(M)\,\overrightarrow{MO'}}{O'M}\right)$$

/

parfait, même si tu peux détailler.

c) Commenter l'allure du champ $\vec{E}_{tot}(M)$ pour M dans la cavité.

Exercice 3 *(6 points)*

3,5

Dans un conducteur cylindrique d'axe (Oz), de rayon a_0 et de longueur l est établi un courant de densité $\vec{J}$ donnée par $\vec{J}(r) = J_0\left(1 - \frac{r^2}{a_0^2}\right)\vec{u}_z$. a_0 et J_0 sont des constantes. On notera σ la conductivité de ce conducteur.

1- Calculer le courant $I(r)$ à travers une section de rayon r et de vecteur normal $\vec{u}_z$. En déduire le courant total I dans ce conducteur.

$I(r) = \iint J\,dS$ car $\vec{u}_z$ et $\vec{dS}$ colinéaire et de même sens

$$= \iint J_0\left(1-\frac{r^2}{a_0^2}\right) r\,dr\,d\theta = J_0\int_0^r\left(1-\frac{r^2}{a_0^2}\right)r\,dr\int_0^{2\pi}d\theta = \pi J_0 r^2\left(1-\frac{r^2}{2a_0^2}\right)$$

1,5

$I = I(r)$

I_{tot} ?

2- Rappeler l'expression de la loi d'Ohm locale. En déduire l'expression du champ électrique $\vec{E}$ dans ce conducteur.

1

$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{U}{ES} \Leftrightarrow E = \frac{U}{SR\sigma}$

3- On considère un courant uniforme $I_{tot} = \frac{\pi R^2 J_0}{2}$ dans ce conducteur de section S et de longueur l. Déterminer :

a) La résistance R de ce conducteur.

b) La tension U aux bornes de ce conducteur.

c) L'expression de la vitesse moyenne des électrons v_{e^-} en fonction de I_{tot}, sachant que la densité des électrons est notée n_{e^-} et que la densité de courant est donnée par $\vec{J} = -e.n_{e^-}.\ \overrightarrow{v_{e^-}}$

a) $R = \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S}$ 1

b) $U = RI = \frac{\pi R^2 J_0 l}{\sigma S \cdot 2}$ 1