Algorithmique
Correction Contrôle n° 4 (C4)

INFO-SPÉ (S4) – EPITA

6 mars 2018 - 14 : 45

Solution 1 **(Cut points, cut edges –** ***3 points*****)**

1. *La forêt couvrante associée au parcours en profondeur du graphe* G_1 *:*

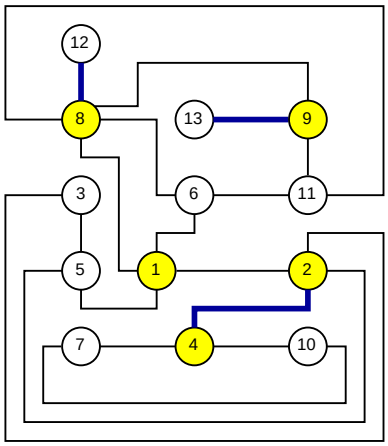


FIGURE 1 – Graphe G_1

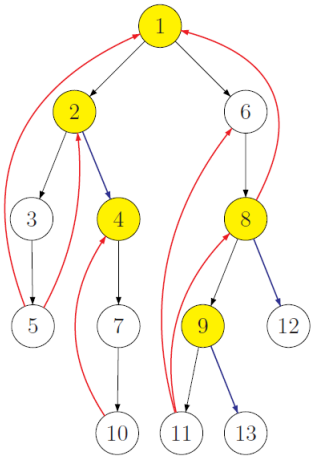
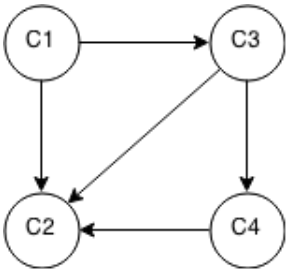


FIGURE 2 – Forêt couvrante

2. *Les points d'articulation de* G_1 *:* 1, 2, 4, 8, 9
3. *Les isthmes (ponts) de* G_1 *:* (2,4), (8,12), (9, 13).

Solution 2 **(CFC et graphe réduit –** ***5 points*****)**

1. Graphe → graphe réduit
   (a) Composantes fortement connexes du graphe G_2 :
   C_1 : {0, 1}
   C_2 : {2, 3, 4, 6, 7, 8}
   C_3 : {5}
   C_4 : {9}
   (b) Graphe réduit du graphe G_2 :



   (c) L'ajout d'un arc d'un sommet de la composante C_2 vers un sommet de la composante C_1 crée un circuit passant par toutes les composantes et rend ainsi le graphe fortement connexe.

2. Graphe réduit $\rightarrow$ graphe

   (a) Les sommets de la composante C_2 (les sommets de 4 à 7) ne sont pas atteignables depuis le sommet 0.

   (b) Parmi les chemins suivants, quels sont ceux qui ne peuvent pas exister dans G_3 ?
   - **3** $\rightsquigarrow$ **7**
   - 4 $\rightsquigarrow$ 21 existe
   - **18** $\rightsquigarrow$ **2**
   - **11** $\rightsquigarrow$ **15**

   (c) Il suffit de deux arcs supplémentaires pour rendre le graphe G_3 fortement connexe : par exemple $x_1 \rightarrow y_1$ avec $x_1 \in C_6$, $y_1 \in C_2$ et $x_2 \rightarrow y_2$ avec $x_2 \in C_4$, $y_2 \in C_6$

Solution 3 (Indicateurs globaux de connexité – *6 points*)

Les indicateurs globaux de connexité mesurent le degré de fractionnement d'un graphe en composantes connexes séparées les unes de autres.

1. L'**indice de connexité pondéré** exprime la probabilité que deux sommets tirés au hasard puissent être reliés par une chaîne (i.e. appartiennent à la même composante connexe).
2. **Spécifications :**
   La fonction `indexes(`G`)` calcule l'indice de connexité simple et l'indice de connexité pondéré du graphe G.

```
            def __nbVertexDFS(G, s, M):
                M[s] = True
                nb = 1
                for adj in G.adjlists[s]:
                    if not M[adj]:
                        nb += __nbVertexDFS(G, adj, M)
                return nb

            def connectivity(G):
                M = [False]*G.order
                k = 0
                IC2 = 0
                for s in range(G.order):
                    if not M[s]:
                        k += 1
                        nb = __nbVertexDFS(G, s, M)
                        IC2 += nb*nb
                IC1 = (G.order - k) / (G.order-1)
                IC2 = IC2 / (G.order * G.order)
                return (IC1, IC2)
```

Solution 4 **(Fortement connexe ? – *7 points*)**

1. *Propriété(s) de la première* racine de composante *trouvée :*
   Le graphe est fortement connexe si la première *racine de composante* trouvée lors du parcours est racine de l'unique arbre couvrant.

2. **Spécifications :**
   La fonction `is_strong(`G`)` vérifie si le graphe orienté G est fortement connexe.

```
        def __isStronglyConnected(G, x, pref, cpt):
            cpt += 1
            pref[x] = cpt
            return_x = pref[x]
            for y in G.adjlists[x]:
                if pref[y] == 0:
                    (ret_y, cpt) = __isStronglyConnected(G, y, pref, cpt)
                    if ret_y == -1:
                        return (-1, cpt)
                    return_x = min(return_x, ret_y)
                else:
                    return_x = min(return_x, pref[y])

            if return_x == pref[x]:
                if pref[x] != 1:    # the root must be the first vertex
                    return (-1, cpt)

            return (return_x, cpt)
```

```
    def isStronglyConnected(G):
        pref = [0]*G.order
        cpt = 0
        (r, cpt) = __isStronglyConnected(G, 0, pref, cpt)
        return (r != -1) and (cpt == G.order) # all vertices have been
    encountered
```