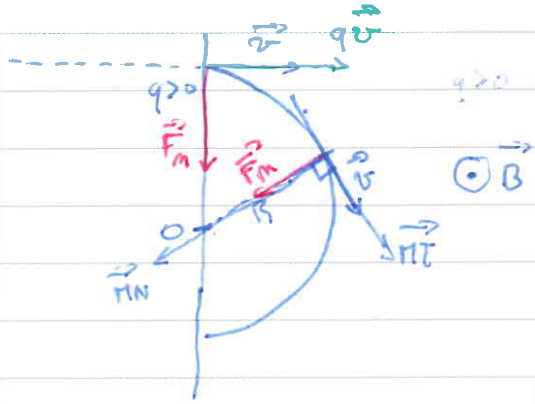
Releasing your potential logica

Université

Série 6 : Magnétostatique

Exercice n°1 : Spectrographe de masse

1) $\vec{F_m} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ ($\vec{B}$ sortant, $\perp$ au plan et orienté vers nous)



$q>0$
$\vec{F_m}$ est orienté vers le bas et elle reste $\perp$ pendant tout le mouvement elle est donc centrale

2) Calcul du rayon de courbure de la trajectoire :

2e Loi de Newton : $\sum \vec{F_{ext}} = m\vec{a}$ (poids et frottement négligeables)

$\sum \vec{F_{ext}} = \vec{F_m}$ = force magnétique

$$\boxed{\vec{F_m} = m\vec{a} \quad *}$$

Projection dans le repère de Frenet

- projection de $*$ sur $\vec{MT}$

$0 = m a_T = m \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = \text{cste}$

- projection de $*$ sur $\vec{MN}$

$F_m = m a_N \Rightarrow |q| v . B . |\sin(\vec{v}, \vec{B})| = m \frac{v^2}{R}$

$qvB = m\frac{v^2}{R}$

$$\boxed{R = \frac{mv}{qB}} \quad (q>0)$$

3) a) $R_1 = \frac{m_1 v}{qB}$; $R_2 = \frac{m_2 v}{qB}$

b) $d = D_2 - D_1$ $(m_2 > m_1)$

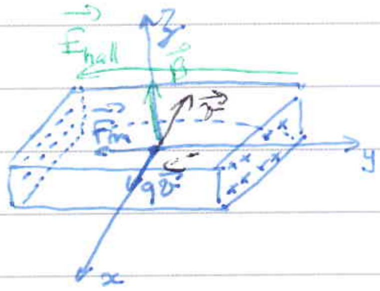
$d = 2(R_1 - R_2) = 2\left|\frac{v}{qB}(\underbrace{m_2 - m_1}_{\Delta m})\right| = [II'] = \frac{2v}{qB}\Delta m$

$$\boxed{\Delta m = \frac{qB}{2v} d}$$

Δm : mesure ; $\frac{qB}{2v}$: cst ; d : mesure

Exercice n° 2 : Effet Hall

e^- = électron



1) Interprétation

- l'e^- du courant I va soumis à une force magnétique $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

Trièdre du dôme $\underset{③}{\vec{F}_m}\ \underset{①}{\vec{v}}\ \underset{②}{\vec{B}}$ $\vec{F}_m$ sur l'axe $\vec{O}_y$

Vers les $y < 0 \Rightarrow$ déviation des e^- vers la gauche

- Apparition d'une polarisation ⊖ sur la face latérale gauche du conducteur
- Apparition d'une polarisation ⊕ sur la face latérale droite du conducteur (pour compenser le défaut d'e^-)
- Apparition d'un champs $\vec{E}_{hall}$ (dirigé de ⊕ → ⊖).
- l'e^- sera donc soumis à $\vec{F}_e = q_{e^-} \vec{E}_{hall}$ ($q_{e^-} < 0$). F_e opposé à E_{hall}

Elle sera aussi opposé à $\vec{F}_m$

- Equilibre $\boxed{F_e = F_m}$ (plus de déviation d'e^-)

2) Vitesse des e^- à l'équilibre $F_e = F_m \Leftrightarrow |q_{e^-}| E_{hall} = \|q\vec{v} \wedge \vec{B}\|$

$\Leftrightarrow e E_{hall} = e v . B \sin(\frac{\pi}{2}) \Leftrightarrow v = \frac{E_{hall}}{B}$

3) Entre les deux phases latérales on $\underbrace{\Delta V_{Hall}}_{V} = \underbrace{E_{hall}}_{V.m^{-1}} \times \underbrace{b}_{m}$

densité électronique : n_{e^-} = nbre d'e^-/m^3

$J = n_{e^-} . |q_{e^-}| . v = n_{e^-} . e . \frac{E_{hall}}{B}$

$n_{e^-} = \frac{J . B}{e . E_{hall}} = \frac{\frac{I}{S} . B}{e . \frac{\Delta V_h}{b}}$ (on a remplacé $S = \frac{I}{J}$; $E_{hall} = \frac{\Delta V_h}{b}$)

$= \frac{I . B . b}{S . e . \Delta V_{hall}}$ $S = h . b$ = section du conducteur traversé par I.

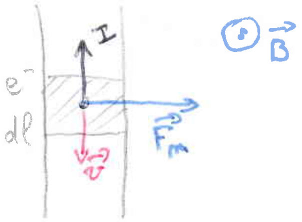
$\Rightarrow n_{e^-} = \frac{I . \cancel{b} . B}{h \cancel{b} . e \Delta V_{hall}} = \frac{I . B}{h . e . \Delta V_{hall}}$ A.N. : $n_{e^-} = \frac{32 . 1}{1{,}6 \times 10^{-19} . 5 \times 10^{-3} . 2 . 10^{-3}}$

$= \frac{32}{1{,}6} \times 10^{24} = 2 \times 10^{25}\ e^-/m^3$

Notion de force de Laplace $\vec{F_L}$

$\vec{F_L}$ est une force magnétique qui s'exerce sur un circuit traversé par un courant I et placé dans un champ magnétique $\vec{B}$

conducteur traversé par I



- $\vec{F_m} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$
- $d\vec{F_L} = N \vec{F_m}$ (N : nbre de charges contenues dans le volume $S \times d\ell$)
- $\vec{F_L} = \int_L d\vec{F_L}$

$d\vec{F_L} = N \times \vec{F_m} = n.S.d\ell.\, q\vec{v} \wedge \vec{B}$ n : densité nb/m³

$= S.d\ell.\, \vec{J} \wedge \vec{B} = J.S.\vec{d\ell} \wedge \vec{B}$

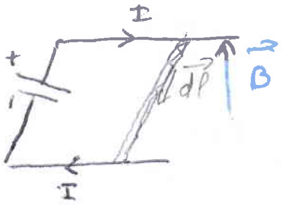
$\boxed{= I.\, \vec{d\ell} \wedge \vec{B}}$ Forme élémentaire de Laplace.

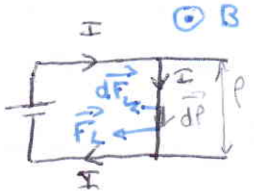
$d\vec{F_L} = I\, \vec{d\ell} \wedge \vec{B}$ ($\vec{d\ell}$, m̂ sens que I)

$dF_L = I\, d\ell .\, B .\, \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$F_L = \int_L I d\ell B = IB\ell$. (en Newton)

Rails de Laplace :

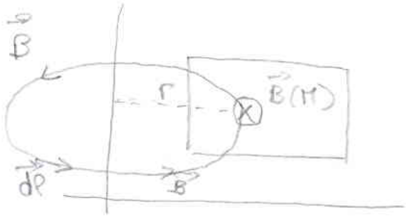




(Pour le trièdre : $\vec{B}$ pouce, $\vec{d\ell}$ index, $\vec{F_L}$ majeur).

TD 6, Exo n°3

Exercice n°3 : 1) Les lignes de champs $\vec{B}$ crée par le fil infini sont circulaires.
$\Rightarrow$ 'C' : courbe d'Ampère, cercle de rayon r



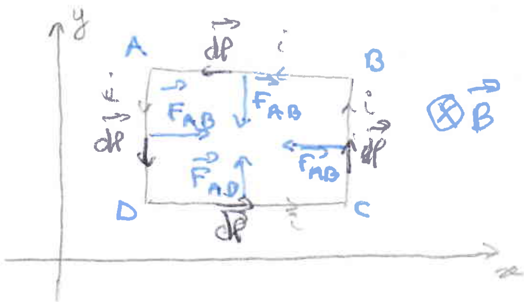
Théorème d'Ampère
$$C(\vec{B}) = \oint_C \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 (\Sigma I_S - \Sigma I_E)$$
$\vec{dl}$ appartient à la courbe d'Ampère $(dl = r d\theta)$

$$\vec{B}.\vec{dl} = B.dl.\cos(\vec{B},\vec{dl}) = B.dl = B r d\theta$$ (B est sur la courbe 'C').

$$C(\vec{B}) = B\int_0^{2\pi} r d\theta = Br\,2\pi$$ $\Sigma I_S = I$ et $\Sigma I_E = 0$. { m̂ sens que $\vec{n}$

$$Br\,2\pi = \mu_0 I \iff B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

2)



$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$
$$dF_{AD} = i\,dl.\,B.\sin(\tfrac{\pi}{2}) = i\,dy.\,B(x)$$
$$F_{AD} = \int_P i\,dy\,B(x=0) = i\,B(d).\int_{l=AD} dy = i\,\frac{\mu_0 I}{2\pi d}\,a.$$
$$F_{BC} = i\,\frac{\mu_0 I}{(d+b)2\pi}\,a$$ m̂ calcul. $B_{BC} = \frac{\mu_0 I}{2\pi(d+b)}$
$$F_{AB} = i\,\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{d+b}{d}\right) = F_{CB}.$$

$\vec{F_{AB}} = -\vec{F_{DC}}$ or la force totale qui agit sur la sphère :

$$F = F_{AD} - F_{BC} = \frac{i\mu_0 I a}{2\pi}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+b}\right).$$