Algo 26/03 ①

Cours Algorithmique.

Les arbres de recouvrement de poids minimum.

(ARPM / ARM)

~~Nous Soit graves~~

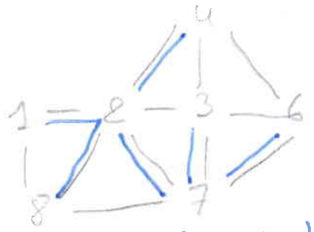
Soit des graphes valués non orienté :

Definition : Un arbres est un graphe connexe est sans cycle (non-orienté)

- Un arbre de recouvrement : c'est un graphe partiel qui conserve les sommets en étant connexes et sans cycle.

On cherche un arbre de recouvrement de poids minimum, c'est-à-dire que le cout de la somme de toute les arrêtes sont minimum.

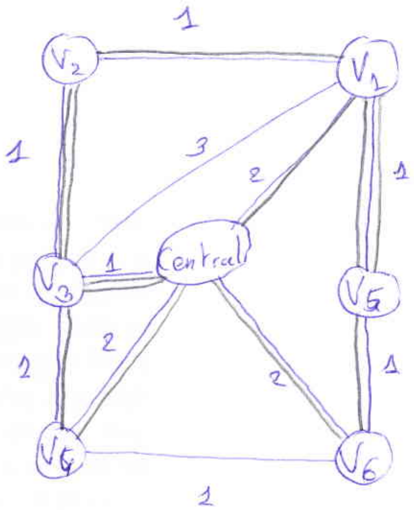
Les deux algos classiques pour ce calcul sont : prim et Kruskal (graphes non orienté)
et edmonds (graphe orienté)



- arrête de l'arbre de recouvrem-

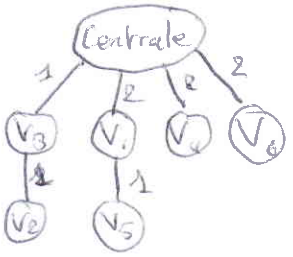
Soit $G = \langle S, A \rangle$ un graphes non-orienté de n sommets, c'est un arbre ssi il est connexe et sans cycles.

↳ "si on supprime une arrête qqcq, il n'est plus connexe".
↳ "il est est connexe avec (n-1) arrête".
↳ "il est sans cycle si on ajoute une arrête on en crée un".
↳ "il est sans cycle avec (n-1) arrêts".
↳ "Tout coupe de sommet S est reliée par une unique chaine".

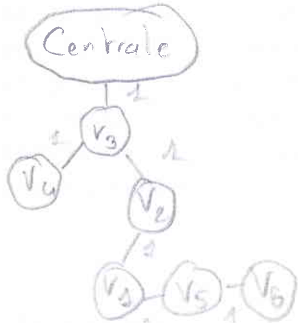


- graphe d'origine
- arbre de recouvrement
- algo de plus court chemin.

Arbre de plus court chemin.



Arbre de recouvrem-



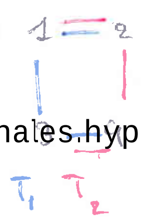
Conditions d'existance

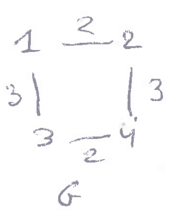
En cas de graphes non-connexe on applique l'algo pour obtenir une forêt de recouvrem- (nbre d'arbre de recouvrem- > 1)

Remarque : Rechercher un arbre de recouvrem- non connexe, ca revient à rechercher un graphe partiel de poids minimum. Ce dernier ne possède pas de cycle car plus lourd.

Condition d'unicité : Dans le cas d'un graphe ~~non~~ connexe, peut-on avoir ~~un~~ plusieurs arbre de recouvrem- minimum ?

Soit un graphe G non-o valué, tq les coups sont tous distincts 2 à 2. Alors G admet un unique arbre de recouvrem- min.
↳ le cout de deux arcs n'est pas identique.





Arbre non orienté connexe valué : L prim.

* Il conserve la connexité avec la source, proche de Djikstra.

KRUSKAN : Conserve l'acyclicité

EDMONDS (Graphe orienté valué) : Input : Sommet de départ.

Output : Un arbre qui à pour racine l'Input.

Série 9

Opérateurs d'analyse vectorielle

Exercice 1

Soit un vecteur force $\vec{F}$ variable, de composantes exprimées en coordonnées cartésiennes et qui sont données par :

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} x^2 + 3y \\ z^3 - 2y \\ 4x \end{pmatrix}$$

Parmi les écritures suivantes, certaines ont un sens, lesquelles ? Pour celles-ci évaluer les.

1) $\vec{grad}(\vec{F})$ 2) $\vec{rot}(\vec{grad}(\vec{F}))$

3) $div(\vec{F})$ 4) $\vec{grad}(div(\vec{F}))$

5) $div(div(\vec{F}))$ 6) $\vec{rot}(\vec{rot}(\vec{F}))$

Exercice 2

A l'aide des définitions des opérateurs en coordonnées cartésiennes, vérifier les relations suivantes pour des fonctions f, g et un vecteur $\vec{V}$ quelconques.

1) $\vec{rot}(\vec{grad}(f)) = \vec{0}$

2) $div(f\vec{V}) = fdiv(\vec{V}) + \vec{V}.\vec{grad}(f)$

3) $\Delta(fg) = f\Delta g + 2\vec{grad}(f).\vec{grad}(g) + g\Delta f$

Exercice 3

On considère un champ électrique sinusoïdal d'expression $\vec{E}(x,t) = E_0.\cos(k.x - \omega.t).\vec{e}_z$

(k, E_0 et ω sont des constantes).On donne : $\mu_0 = 4.\pi.10^{-7}\,S.I$, $\varepsilon_0 = \dfrac{10^{-9}}{36.\pi}\,S.I$

1) Calculer $\Delta\vec{E}$ et $\dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

2) Le champ électrique donné plus haut vérifie l'équation différentielle de propagation :

$$\Delta\vec{E} - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 .$$ Où μ_0 et ε_0 sont des constantes.

a) En déduire une relation entre le nombre d'onde k et la pulsation ω.

b) A quelle grandeur physique est homogène la constante: $\dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$. Calculer cette grandeur