(5.1)

2) Necessité d'un tri pour ressortir la mediane en temps constant. Le tri sera en complexité $\Theta(n \log n)$

3) C'est un tri par selection jusqu'au milieu

4) $$\sum_{i=l}^{\lfloor (l+r)/2 \rfloor} \sum_{j=i+1}^{R-1} 1 = \sum_{i=l}^{\lfloor (l+r)/2 \rfloor} (r-1-(i+1)+1) = \sum_{i=l}^{\lfloor (l+r)/2 \rfloor} (r-i-1)$$

$n = r - l \iff r = l+n$

$$= \sum_{i=l}^{\lfloor l+(n/2) \rfloor} (l+n-i-1) = \frac{(n-1+n-\lfloor n/2 \rfloor -1)(\lfloor n/2 \rfloor +1)}{2} = \frac{(2(n-1)-\lfloor n/2 \rfloor)}{n} \times$$

$$\frac{(\lfloor n/2 \rfloor +1)}{2} = \Theta(n^2)$$

$\Theta(n) \Rightarrow$ partition

5) $\Theta(n) + \Theta(n^2) = \Theta(n^2) \Rightarrow$ Frankenfort

6) FrankenSort $\Rightarrow$ Recursive.

$T(1) = \Theta(1)$

$T(n) = \underset{a}{2} T(\underset{b}{n/2}) + \underset{c}{\Theta(n^2)}$

1 $\Theta(1)$
2 $\Theta(n^2)$
3 $T(n/2)$
4 $T(n/2)$

7) $\log_2 2 = 1$

$$\Theta(n^2) \neq \begin{cases} O(n^{1-\varepsilon}) \\ \Theta(n) \\ \Omega(n^{1+\varepsilon}) \end{cases}$$

3ᵉ cas $\Theta(n^2) = \Omega(n^{1+\varepsilon})$

- $\varepsilon = 1$ $\Theta(n^2) = \Omega(n^2$

- $c < 1$, $a f(n/2) \leq c f(n)$

$2\left(\frac{n}{2}\right)^2 \leq c n^2$

$\frac{1}{2} n^2 \leq c n^2$

$\frac{1}{2} \leq c < 1$

$\Rightarrow T(n) = f(n) = \Theta(n^2)$

8) Median effectue un tri sur la premiere moitié du tableau

9)

1 $\Theta(1)$
2 $\Theta(n^2)$
3 $T(n/2)$

$T(1) = \Theta(1)$
$T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n^2)$
$\log_2 1 = 0$

$\Theta(n^2)$ $\begin{cases} \Theta(n^{0-\varepsilon}) \\ \Theta(1) \\ \Omega(n^{\varepsilon}) \end{cases}$

• $\Theta(n^2) = \Omega(n)$ avec $\varepsilon = 1$.

• $f(n/2) \leq c f(n)$

$\left(\frac{n}{2}\right)^2 \leq c n^2$

$\frac{1}{4} n^2 \leq c n^2$

$\frac{1}{4} \leq c < 1$

D'où

$T(n) = f(n) = \Theta(n^2)$

10) FrankenSort2 (A, n):

```
for i <- 0 to n-1 do
    min <- i
    for j <- i+1 to n-1 do
        if A[j] < A[min] then
            min <- j
    A[i] <-> A[min]
```

5.2)

3.) Meilleur cas : $\Theta(n)$

Pire cas : $T(n) = T(n-1) + \Theta(n)$
$T(1) = \Theta(1)$

$T(n) = cn + T(n-1) = cn + c(n-1) + T(n-2)$
$= c \sum_{i=2}^{n} i + \Theta(1) = \frac{(2-n)(n-1)}{2} + \Theta(1) = \Theta(n^2)$